

1º/ Dada la función: $f_1(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x}$:

a) Halla el dominio y simetría.

b) Rellena las tablas siguientes:

x	0.2	0.1	0.01	0.0000001
f(x)				

X	-0.2	-0.1	-0.01	-0.0000001
f(x)				

X	2.2	2.1	2.01	2.0000001
f(x)				

X	1.8	1.9	1.99	1.9999999
f(x)				

c) Concluye si existen los límites en los puntos que estimes oportuno y calcula sus valores.

d) ¿Es la función continua en los puntos del apartado anterior?

e) Esboza la gráfica

2º/ Dada la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x < 0 \\ x - 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$:

a) Representa gráficamente.

b) Estudia la continuidad en todo su dominio.

SOLUCIÓN

1º/ Dada la función: $f_1(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x}$:

a) Halla el dominio y simetría.

$$\text{Dominio} = \mathbb{R} - \{0, 2\}$$

$$\text{Simetría} = f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x}$$

$$f(1) = \frac{(1)^2 + 1}{(1)^2 + 2(1)} = \frac{1+1}{1+2} = \frac{2}{3}$$

No existe simetría par ni impar.

$$f(-1) = \frac{(-1)^2 + 1}{(-1)^2 + 2(-1)} = \frac{1+1}{1+2} = \frac{2}{3}$$

b) Rellena las tablas siguientes:

x	0.2	0.1	0.01	0.0000001
f(x)	-2.8	-5.3	50.2	- 5.00·10 ⁶

X	-0.2	-0.1	-0.01	-0.0000001
f(x)	2.36	0.8	49.7	4.99·10 ⁶

X	2.2	2.1	2.01	2.0000001
f(x)	13.2	25.7	250.7	2.50·10 ⁷

X	1.8	1.9	1.99	1.9999999
f(x)	-3.88	-24.36	-249.25	-2.49·10 ⁷

c) Concluye si existen los límites en los puntos que estimes oportuno y calcula sus valores.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

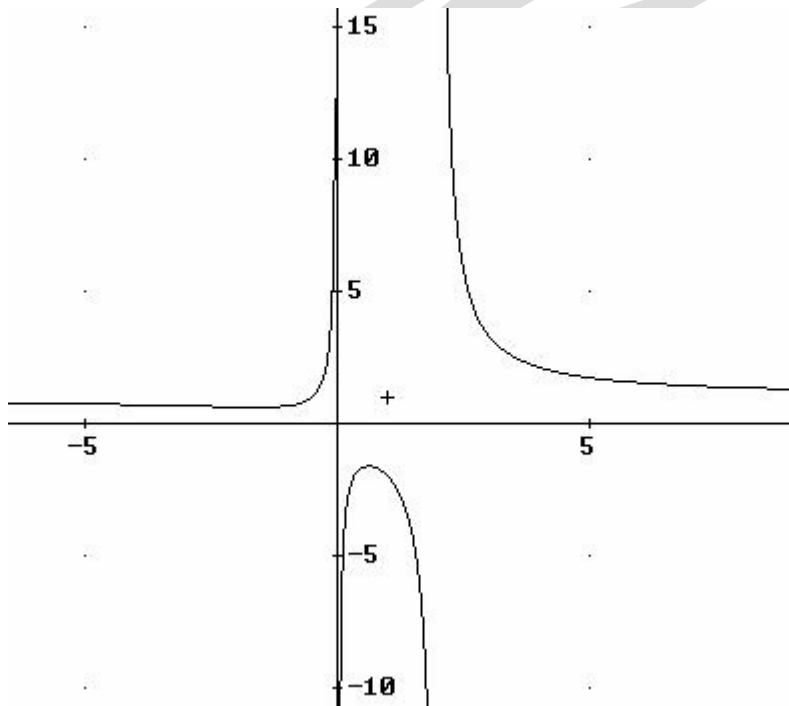
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$$

d) ¿Es la función continua en los puntos del apartado anterior?

No es continua ni en $x=0$ ni en $x=1$ ya que falla la condición más importante de continuidad. El dominio de nuestra función no incluye a estos valores de la variable independiente. Asimismo, en $x=0$ y $x=2$, hay una discontinuidad inevitable pues los límites laterales no coinciden tal y como hemos podido comprobar en el apartado anterior.

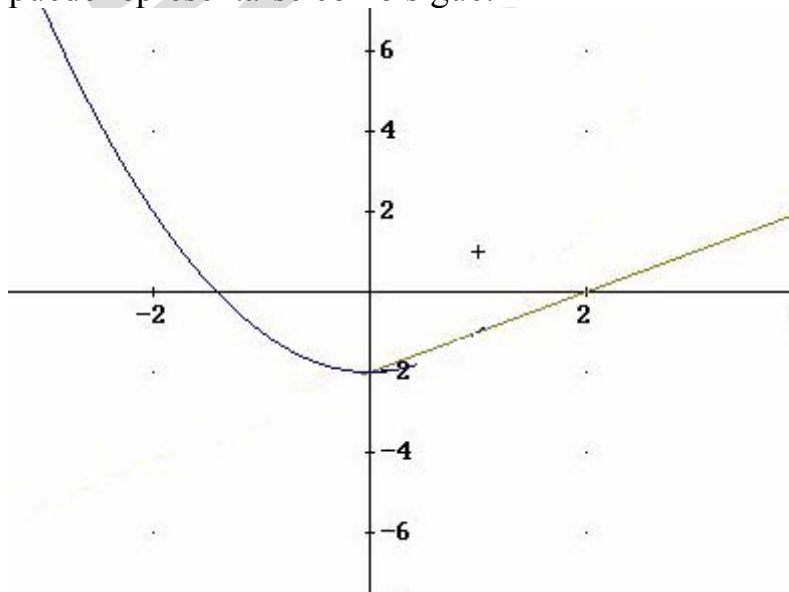
¿Y en todo su dominio? Si es continua menos en los puntos $\{0,1\}$.

e) Esboza la gráfica

2º/ Dada la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x < 0 \\ x - 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Representa gráficamente.

Se trata de una función “a trozos”. El primer tramo se trata de una función cuadrática y el segundo tramo es una función lineal. Por lo tanto, su gráfica puede representarse como sigue:



b) Estudia la continuidad en todo su dominio.

La función es continua en todos los puntos distintos de $x=0$ por tratarse de una función lineal y otra cuadrática que son continuas en todo su dominio.

Por otro lado, en el punto $x=0$ se verifica:

i) $f(0) = -2$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -2$ Es continua en $x=0$ y por lo tanto, es continua en todo \mathbb{R}